

小区域地震灰色建模及讨论 ——以三峡地区为例

李长安 张玉芬

(中国地质大学, 武汉)

摘 要

本文应用灰色系统理论, 通过对三峡地区 $M_s \geq 1.7$ 级地震的建模、模型检验和精度分析, 讨论了灰色系统理论模型对小区域地震预报的可行性。并就建立地震灰色预报模型的有关问题, 提了几点看法。

关键词 灰色建模 三峡地区 地震预报

一、前 言

灰色系统理论, 是研究部分明确、部分不明确的“灰”系统的一种新的理论, 自1982年问世以来, 已广泛地应用于各个领域。由于地震也属于一种内涵和外延均不清楚的“灰”系统, 因而也被应用于地震预报。谭承业(1986)、黄雪范(1987)等曾用灰色建模理论在大区域内(西南地区、华北地区)进行中长期地震预报的研究, 取得了满意的结果。证明这种方法在大范围内进行地震预报是可行的, 那么它能否用于小区域呢? 这里所指的小区域是相对于上面所提到的大区域而言, 大致相当于地震带下属的亚带, 或构造分区中二级或三级单元, 在地域上大体相当于省内数县的范围。如果能将该理论用于小区域地震预报, 则对预报地震和工程建设意义将更大。本文试以三峡地区为例, 对这个问题进行一些探讨。

二、灰色建模对小区域地震预报的可行性

目前, 学者们已建立了许多定量地震预报模型, 这些模型对于大区域的地震预报效果很好, 但对于小区域的地震预报却受到了限制。首先, 是原始数据量的限制。已有的定量模型均属统计模型, 要求的数据量大。而区域小, 则数据量少, 常常无法满足建模的条件。其次, 大多数模型都要求原始数据服从某些典型分布(如很多模型要求震级和频度满足G-R方程)。这在小区域内常常是满足不了的。另外, 建模常常用到历史地震资料, 历史地震的三要素估计误差, 对于小区域将会相对增大。而这些限制对于

灰色建模却影响很小。灰色建模是根据系统的行为特征数据,找因素之间与元素本身的数学关系,通过对原始数据的处理(累加或累减等)而得到能反映数据变化规律的生成数列,建立动态预测模型。因而,对原始数据的量的多少和分布特点无特殊要求,即使研究区的范围较小,建模条件也较容易满足,故对于小区域的地震预报是比较适用的。

三、鄂西地区的地震灰色建模及预报

(一) 资料的选取

我们选择了 $M_s \geq 4.7$ 的地震作为建模的数据范围。考虑到能够影响三峡水利工程的 $M_s \geq 4.7$ 地震的活动范围和“系统”(即地质构造)的相对独立性。我们选取了以陕西一线为北界,湖南石门—礼县断裂为南界,东至钟祥断裂,西到四川奉节作为研究区。同时考虑到历史地震存在着争义及误差较大,我们仅选择了区内1959—1979年内由仪器记录到的6次地震(见表1)。由于6次地震的震级相差不大,我们取了6次地震的发震时间(取到月)作为建模的原始数据列进行建模。

表1 三峡地区(1959—1979) $M_s \geq 4.7$ 地震目录

编号	发震时间 (年、月)	震中位置			震级 (M_s)	资料来源
		地点	北纬	东经		
1	1959.9	洵阳	33°00'	109°18'	5.0	中国地震目录
2	1961.3	宜都	30°17'	111°12'	4.9	湖北地震目录
3	1964.9	鄂西	33°04'	110°39'	4.9	同上
4	1969.1	保康	31°32'	111°24'	4.8	同上
5	1973.11	宋湾	32°54'	111°28'	4.7	同上
6	1979.5	秭归	31°06'	110°18'	5.1	同上

(二) 模型的建立

灰色建模的主要步骤如下:

1、建立 $M_s \geq 4.7$ 级地震的时间序列

$$X^{(0)} = \{ X^{(0)}_1, X^{(0)}_2, X^{(0)}_3, X^{(0)}_4, X^{(0)}_5, X^{(0)}_6 \}$$

$$= \{ 59.75, 61.19, 64.68, 69.0, 73.92, 79.4 \}$$

2、对原始数据列作一次累加生成

根据 $X^{(1)}_i = \sum_{k=1}^i X^{(0)}_k$ 得一次累加生成数列 $X^{(1)}$,

$$X^{(1)} = \{ X^{(1)}_1, X^{(1)}_2, X^{(1)}_3, X^{(1)}_4, X^{(1)}_5, X^{(1)}_6 \}$$

$$= \{ 59.75, 120.94, 185.62, 254.62, 328.54, 407.94 \}$$

3、灰色动态模型 $\frac{dx^{(1)}}{dt} + a \cdot x^{(1)} = u$ 中 $a \cdot u$ 的确定:

式中常数 a 、 u 可由下式确定:

$$\begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T \cdot y \quad (1)$$

其中:

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} (X_{(2)}^{(1)} + X_{(1)}^{(1)}), & 1 \\ -\frac{1}{2} (X_{(3)}^{(1)} + X_{(2)}^{(1)}), & 1 \\ -\frac{1}{2} (X_{(4)}^{(1)} + X_{(3)}^{(1)}), & 1 \\ -\frac{1}{2} (X_{(5)}^{(1)} + X_{(4)}^{(1)}), & 1 \\ -\frac{1}{2} (X_{(6)}^{(1)} + X_{(5)}^{(1)}), & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -90.35, & 1 \\ -153.28, & 1 \\ -220.12, & 1 \\ -291.58, & 1 \\ -368.24, & 1 \end{bmatrix}$$

$$y = \left[X_{(2)}^{(0)}, X_{(3)}^{(0)}, X_{(4)}^{(0)}, X_{(5)}^{(0)}, X_{(6)}^{(0)} \right]^T \\ = [61.19, 64.68, 69.0, 73.92, 79.4]^T$$

将 B 、 y 的值代入公式 (1), 经计算得: $a = -0.06588$, $u = 54.834$

4、确定模型

将 a 、 u 值代入灰动态微分方程 $\frac{dx^{(1)}}{dt} - a \cdot x^{(1)} = u$ 中得:

$$\text{微分方程: } \frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.06588X^{(1)} = 54.834$$

$$\text{时间响应: } \hat{X}_{(i)}^{(1)} = \left(X_{(1)}^{(0)} - \frac{u}{a} \right) e^{-a \cdot i} + \frac{u}{a} \\ = 892.0517e^{+0.06588200i} - 832.3017$$

$$\text{离散响应: } \hat{X}_{(k+1)}^{(1)} = \left(X_{(1)}^{(0)} - \frac{u}{a} \right) e^{-a \cdot k} + \frac{u}{a} \\ = 892.0517e^{+0.06588200k} - 832.3017 \quad (2)$$

这就是长江三峡地区 $M_s \geq 4.7$ 级地震的灰色预测模型。

(三) 模型检验及精度分析

为了确定模型的可靠程度和误差, 我们对该模型作了检验和精度分析。

1、模型检验

令 $k = 1, 2, 3, 4, 5$ 代入公式 (2) 中分别求出 $\hat{X}_{(2)}^{(1)}$, $\hat{X}_{(3)}^{(1)}$, $\hat{X}_{(4)}^{(1)}$, $\hat{X}_{(5)}^{(1)}$,

$\hat{X}_{(6)}^{(1)}$, 通过累减处理

$$\text{即: } \hat{X}_{(k)}^{(0)} = \hat{X}_{(k+1)}^{(1)} - \hat{X}_{(k)}^{(1)} \quad (k = 2, 3, 4, 5, 6)$$

经计算得还原数据列:

$$\hat{X}^{(0)} = \left\{ \hat{X}_{(2)}^{(0)}, \hat{X}_{(3)}^{(0)}, \hat{X}_{(4)}^{(0)}, \hat{X}_{(5)}^{(0)}, \hat{X}_{(6)}^{(0)} \right\}$$

$$= \{ 60.7594, 64.89, 69.30, 74.02, 79.07 \}$$

计算所得还原数与原始数据对比见表2。

表2 原始数据与计算还原数据对比表

原始数据	经计算所得还原数据
$X_{(2)}^{(0)} = 61.1933$	$\hat{X}_{(2)}^{(0)} = 60.7564$
$X_{(3)}^{(0)} = 64.68$	$\hat{X}_{(3)}^{(0)} = 64.89$
$X_{(4)}^{(0)} = 69.0$	$\hat{X}_{(4)}^{(0)} = 69.30$
$X_{(5)}^{(0)} = 73.92$	$\hat{X}_{(5)}^{(0)} = 74.02$
$X_{(6)}^{(0)} = 79.40$	$\hat{X}_{(6)}^{(0)} = 79.07$

2、精度分析

采取以下方法,对检验结果作了精度分析:

(1) 误差百分比(%)

将上述原始数据与计算还原数据经公式:

$$q_{(k)} = \frac{X_{(k)}^{(0)} - \hat{X}_{(k)}^{(0)}}{X_{(k)}^{(0)}} \times 100\% \quad (\text{这里取 } k=1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

计算后得: $q_{\max} = 0.72\%$, $q_{\min} = 0.14\%$

(2) 分析模型得到的还原数列 $\hat{X}^{(0)}$ 与原始数列 $X^{(0)}$ 的关联度。

依公式:

$$r_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \xi_i(k) \quad (k=1, 2, 3, 4, 5, 6; i=1)$$

其中:

$$\xi_i(k) = \frac{\min_i \min_k \left| X_{(k)}^{(0)} - \hat{X}_{i(k)}^{(0)} \right| + \rho \max_i \max_k \left| X_{(k)}^{(0)} - \hat{X}_{i(k)}^{(0)} \right|}{\left| X_{(k)}^{(0)} - \hat{X}_{i(k)}^{(0)} \right| + \rho \max_i \max_k \left| X_{(k)}^{(0)} - \hat{X}_{i(k)}^{(0)} \right|}$$

取 $\rho = 0.5$, 经计算得 $r_1 = 0.71323$

(3) 方差比和最小误差概率

1° 最小误差概率 (p)

$$p = \left\{ \left| \varepsilon_{(k)}^{(0)} - \bar{\varepsilon}_{(0)} \right| \right\} \quad (k=1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

其中：

$$\bar{\varepsilon}_{(0)} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \varepsilon_{(k)}^{(0)}; \quad \varepsilon_{(k)}^{(0)} = X_{(k)}^{(0)} - \hat{X}_{(k)}^{(0)} \quad (m=6)$$

将 $X_{(k)}^{(0)}$ 和 $\hat{X}_{(k)}^{(0)}$ 代入后得： $p=1$

2° 方差比 (c)

方差比公式：

$$c = s_2 / s_1$$

其中： s_2 为原始数列的均方差，由公式：

$$s_2 = \sum_{k=1}^R (X_{(k)}^{(0)} - \bar{X}^{(0)})^2 \text{ 确定，其中 } \bar{X}^{(0)} = \frac{1}{R} \sum_{k=1}^R X_{(k)}^{(0)} \quad (R=6)$$

s_1 为原始数据的均方根，由公式 $s_1 = \sqrt{\frac{s_2}{R-1}}$ 确定。

将有关数据代入得：

$$c = s_2 / s_1 = 0.02085$$

概率论中规定，当 $c < 0.35$ 时，可以 $p > 95\%$ 的概率评定预测效果是好的。故可认为本模型的预测精度是高的。

(四) 实际预测检验及预报结果

除了上述的检验外，我们还对模型进行了实际预测检验。取 $k=7$ 的外推预测结果为： $\hat{X}_{(7)}^{(0)} = 83.2$ ，后经查资料发现 1982 年 3 月 28 日在郧西发生了一次 $M_s = 4.4$ 级的地震，其误差百分率为 1.2%。需要指出的是：由于灰色模型预测是一个趋势预测，实质上也是某一时间段峰值的预测，虽然该次地震并未达到建模的地震震级要求，但毕竟是这一时间段中最大的一次地震，同时，与建模所采用的震级相差也不太大，对于中长期预报，我们认为是可以考虑的。

采纳这一新的地震数据进行重新建模，得到的新模型为：

$$\hat{X}_{(k+1)}^{(1)} = 966.3313e^{0.0013854k} - 906.5813$$

用该模型进行外推测表明，该区的下一个 4~5 级左右的地震发生时间为 1989 年 (± 1 年)。

四、讨 论

通过以上对三峡地区的强震灰色建模、精度分析和模型检验的结果表明，在小区域

内采用灰色建模进行地震预报是可行的。但这仅仅是一种尝试，还有许多有待探讨的问题。笔者想就地震灰色建模预报问题，提几点看法：

(1) 研究区还应该是一个相对独立的系统

灰色建模预测是就系统而言。对于地震来说，大量事实表明，地震的孕育、发生和迁移是受一定的地质构造所控制。对于不同的构造单元，构造应力的积累和释放的规律是不同的。所以模型只有建立在相对独立的构造背景（即系统）上，才能真正把握住地震的发生规律，达到预报地震的目的。这对小范围地震建模更重要。

(2) 地震的活动是有周期性，它存在着活动期和间歇期之分。所以在进行建模和预报时，必须考虑到这一点，应首先对地震的活动周期作出预测。

(3) 由于模型中存在着指数项 $e^{-\lambda t}$ ，所以最好是用于近期预报。应不断地采纳系统中出现的新因子，建立新的预测模型，才能保证其预测的可靠性。

(4) 在小范围内进行地震灰色建模时，常常可能会因数据少或跳跃性大使模型的精度较差。当通过后验差检验发现精度达不到要求时，可根据其预测残差，建立灰残差模型，对原模型进行修改、补充。有时需要建立多次残差模型，直至预测模型能达到精度要求，才用于预报。灰色建模的这种功能其他建模所没有的。

(5) 本文采用了GM(1, 1)建模（或实变模型），由于地震活动是极为复杂的，GM(1, 1)模型仅是一种简单的模型，我们应当通过GM(1, 1)的地震建模，摸索和总结经验，逐渐探索和尝试多因素下的GM(1, 1) (N>1)的建模，使地震预报的灰色模型方法更加准确。

(1988年4月13日收到初稿)

参 考 文 献

- [1] 邓聚龙，灰色控制系统，1985。
- [2] 邓聚龙，灰色预测与决策，1986。
- [3] 谭承业等，地震灰色模型的建立及讨论，地震研究，6，1986。
- [4] 黄雪范，华北强震的灰色预测，中国地震，2，1987。